Visualización de la Inestabilidad de Kelvin-Helmholtz con CO_2 y aire

Amezcua Montiel Abril[1],Sánchez Reséndiz Saúl [1], Zamarrón Ramírez Javier[1]

1 Taller de Hidrodinámica y Turbulencia, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad Universitaria, Circuito Exterior, 04510 México, D.F. México.

Resumen

Se analiza y observa experimentalmente el crecimiento de las inestabilidades de Kelvin-Helmholtz (K-H) en la interfaz de CO_2 y aire al crearse un gradiente de velocidades. Esta diferencia de velocidades entre ambas capas se forma al desplazar una película delgada de jabón entre ellas. Se encontró en promedio un número de Richardson de -1.59 lo cual indica, como se esperaba, que el sistema presenta inestabilidad. También se obtuvieron una serie de videos donde se aprecian las inestabilidades K-H, así como el rompimiento de la película de jabón sobre la superficie de una pecera.

1. Introducción

En este trabajo se buscó obtener y encontrar la manera de visualizar las inestabilidades de Kelvin-Helmholtz (K-H) en un medio estratificado por capas con diferencia de densidades (CO_2 y aire) y caracterizarlas.

Si al perturbar un sistema, la perturbación cambia de manera drástica alguna de las condiciones iniciales y no puede regresar a su estado base, entonces se dice que el sistema es inestable [1]. En particular la inestabilidad de K-H (Figura 1) se forma en la interface entre dos fluidos con diferente densidad, velocidad y/o dirección que fluyen paralelamente. Como el fluido superior se mueve más rápido que el inferior ($U_1 > U_2$), se forma un gradiente de velocidad alto. Este gradiente desplaza el fluido inferior hacia arriba que después baja por la diferencia de densidades [2].

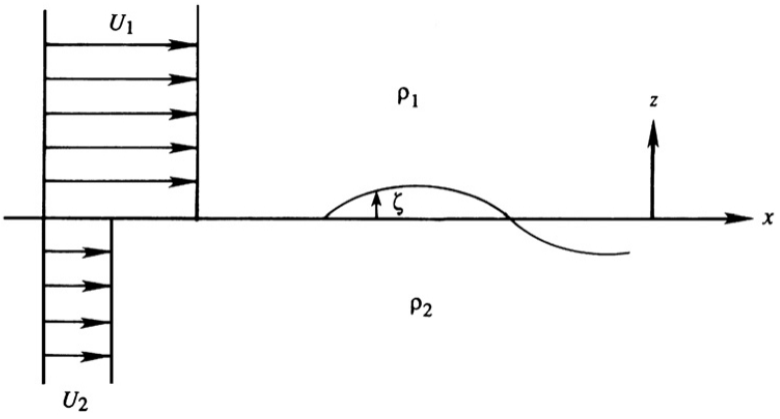


Figura 1. Configuración básica del flujo que forma la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz [3]

Se puede demostrar que el criterio de inestabilidad viene dado si el número de Richardson es menor a 0.25 [2], es decir, si

$$Ri = \frac{-g\frac{\partial \rho}{\partial z}}{\rho_0 ¿¿}$$

2. Desarrollo Teórico

A partir de las ecuaciones de movimiento y continuidad se encuentran las siguientes velocidades verticales:

Capa superior

$$W_1 = i(k\acute{u}_1 - \omega) A e^{-kz}$$

Capa inferior

$$W_2 = i(k\acute{u}_2 - \omega) A e^{+kz}$$

La presión de perturbación en ambas capas:

Capa superior

$$P_1 = \frac{-\rho_0(k\acute{u}_1 - \omega)^2}{k} A e^{-kz}$$

Capa inferior

$$P_2 = \frac{-\rho_0(k\acute{u}_2 - \omega)^2}{k} A e^{+kz}$$

Comparando las presiones totales (hidrostática junto con la de perturbación) y después de algo de álgebra:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_0} gk = (k\acute{u}_1 - \omega)^2 + (k\acute{u}_2 - \omega)^2$$

Resolviendo para ω encontramos la relación de dispersión que describe las inestabilidades de K-H:

$$\omega = \frac{1}{2}\left[k(\acute{u}_1 + \acute{u}_2) \pm \sqrt{2gk\frac{\Delta\rho}{\rho_0} - k^2(\acute{u}_1 + \acute{u}_2)^2}\right]$$

[4]

3. Desarrollo Experimental

3.1. Inestabilidad de Kelvin-Helmholtz con CO_2

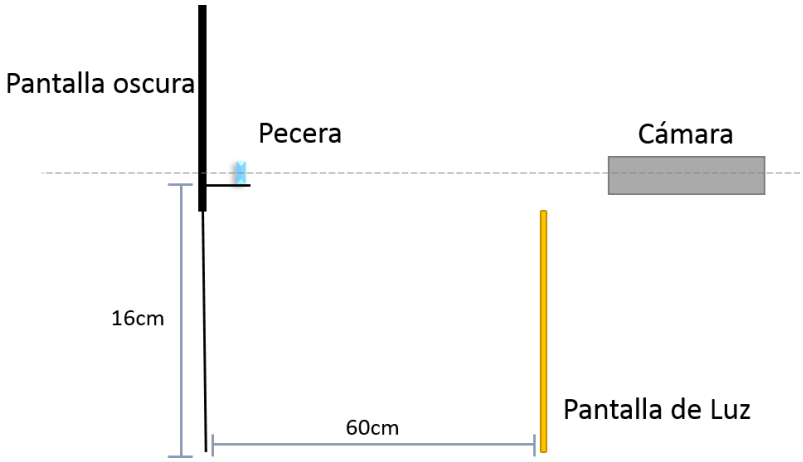


Figura 2. Diseño experimental para la obtención de inestabilidades de Kelvin-Helmholtz con CO_2 y aire.

Se agregan pellets de hielo seco a la pecera y se agrega agua caliente mientras se cierra con una película de jabón. Se espera a que se forme suficiente CO_2 gaseoso para que el agua en el ambiente condense y se detecte el contraste en la cámara. Por último se rompe la película de jabón por un extremo de la pecera y se grava el fenómeno. Los parámetros utilizados fueron resolución de 1280 x 800 pixeles, tiempo de exposición de 500 µs y 1000 cuadros por segundo.

3.2 Ruptura de película de jabón en la pecera

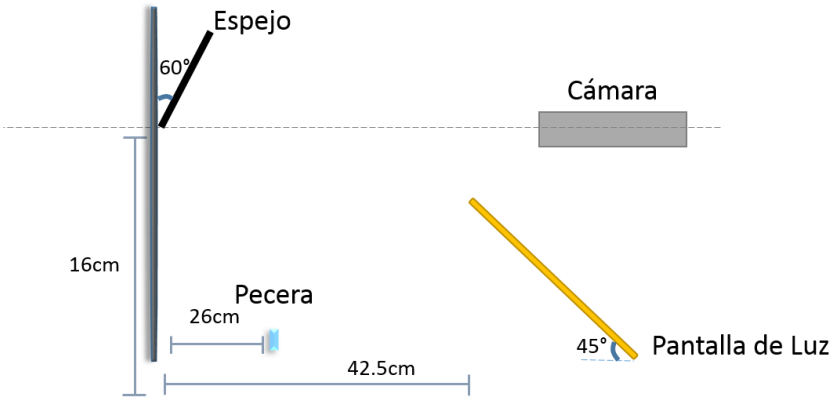


Figura 3. Diseño experimental para la obtención de la velocidad con la que se rompe la película de burbuja sobre la pecera.

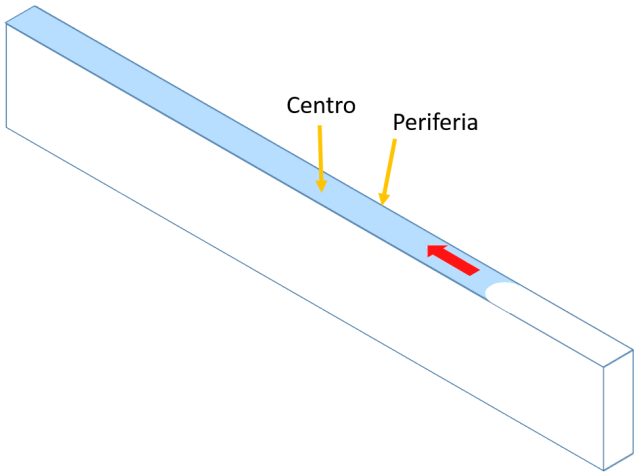


Figura 4. Esquema del rompimiento de la película de jabón en la pecera

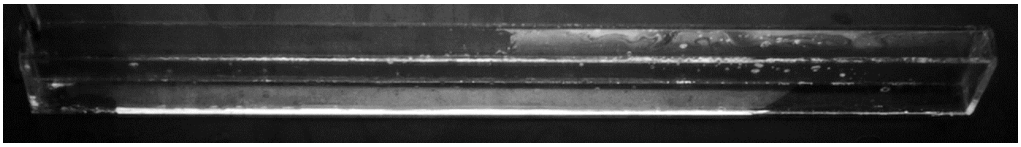


Figura 5. Cuadro del rompimiento de la película de jabón

Se gravó la forma en cómo se rompe la película de jabón para comprobar que se contrae de manera uniforme y medir la velocidad de ésta siguiendo puntos cuadro por cuadro en el programa Tracker. En la Figura 3 se esquematiza como se separó en regiones la película de jabón para después asociarle una velocidad a cada región de la película y después promediar una velocidad general

4. Resultados y análisis de resultados

Figura 6. Cuadros (1) de la visualización de las inestabilidades con CO_2 y aire

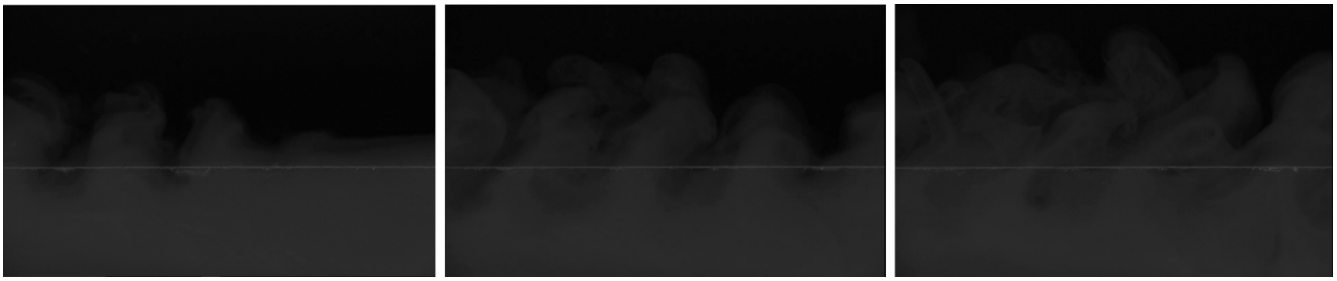


Figura 7. Cuadros (2) de la visualización de las inestabilidades con CO_2 y aire

En ambas Figuras 6 y 7 se puede observar como la difusión del CO_2 en el aire es importante, ya que esta no permite que se forme completamente la “ola” de la inestabilidad. Para trabajo a futuro, convendría analizar cuantitativamente que tanto realmente afecta a la inestabilidad.

En la figura 6 lo que observamos es como al romperse la burbuja las inestabilidades aparecen pero no están a la misma altura que con respecto a la pecera, este comportamiento apareció muchas veces cuando la película no era paralela a la superficie de la pecera o bien por las burbujas que se encontraban en el fondo que funcionaban como obstáculos al flujo.

En las siguientes tablas se muestra las longitudes de onda y alturas características obtenidas de tres tomas de las inestabilidades de K-H con CO_2 y aire. En la Toma 2 y Toma 3, se midieron los parámetros en dos cuadros distintos (parte 1 y parte 2).

Toma 1	Longitud de onda ± 1 mm		
	14	Altura característica	12 ± 1 mm
	21	Máxima longitud de onda	21 ± 1mm
	11		
	14		
	13		
	12		
	12		
	10		

Tabla 1. Mediciones de las longitudes de onda y alturas características de la toma 1

Toma 2			
parte 1	Longitud de onda± 1 mm		
	11	Altura característica	8 ±1 mm
	9	Máxima longitud de onda	16 ± 1 mm
	9		
	16		
parte 2	Longitud de onda± 1 mm		
	18	Altura característica	11 ± 1mm
	18	Máxima longitud de onda	20 ± 1 mm
	20		

Tabla 2. Mediciones de las longitudes de onda y alturas características de la toma 2

Toma 3			
parte 1	Longitud de onda ± 1 mm		
	10	Altura característica	6 ± 1 mm
	9	Máxima longitud de onda	10 ± 1 mm

	9		
parte 2	Longitud de onda		
	20	Altura característica	8 ± 1 mm
	18	Máxima longitud de onda	20 ± 1 mm
	15		

Tabla 3. Mediciones de las longitudes de onda y alturas características de la toma 3

Toma	**Número de Richardson (Ri)**
1	-1.79
2	-1.73
3	-1.26
Promedio	-1.59

Tabla 4. Número de Richardson para las distintas tomas, calculadas a partir de las máximas longitudes de ondas y su altura características. También se expresa el promedio de todos los números

Se puede decir que el flujo es inestable, ya que tanto en cada Toma como el promedio de estas se encuentra un Número de Richardson menor a 0.25

Zona	**Toma 1**	**Toma 2**	**Toma 3**	**Promedio por zona**
Periferia1	7.0196	6.6188	9.0855	7.57463333
Central	6.9826	6.9905	9.151	7.70803333
Periferia 2	7.0811	6.2939	8.9986	7.45786667
Promedio total	7.58017778			
Velocidad máxima	9.151			
Velocidad mínima	6.2939			

Tabla 5. Las velocidades en (m/s) encontradas en la película de jabón.

En los videos del rompimiento de la película de jabón observamos que la ruptura de la película no era uniforme, es decir: al romperse la burbuja, la película se retraía con un perfil de media luna y no lineal, esto ocasionó que el perfil de velocidades promedios cambiara dependiendo si se encontraba en las periferias o parte central de la película de jabón. Sin embargo al hacer un ajuste lineal de cada video del rompimiento de la burbuja se obtuvo una velocidad instantánea que oscila entre 9 m/s y 6 m/s.

Cabe mencionar que sólo escogimos una sección de la pecera entre 7 cm y 38 cm con respecto a uno de sus bordes, esto es debido a que al finalizar se contraía a una velocidad muy lenta con respecto al área central de la pecera.

5. Conclusiones

Se logró diseñar un experimento reproducible y visualizar con el detalle suficiente de las inestabilidades K-H como para apreciarlas en un video y obtener información como el número de Richardson (comprobando matemáticamente la inestabilidad) y longitudes de ondas características.

A pesar de que la velocidad con la que se contrae la película de jabón no fue utilizada en ningún cálculo en el trabajo, se puede concluir que para las condiciones del arreglo experimental, se ven las inestabilidades de K-H teniendo una velocidad alrededor de 6 m/s y 9m/s en la interfaz de los fluidos.

6. Trabajo a Futuro

A lo largo del proyecto se encontraron diferentes fenómenos que consideramos interesantes para su posterior estudio:

- Inestabilidades K-H con CO_2 visualizadas en una pompa de jabón

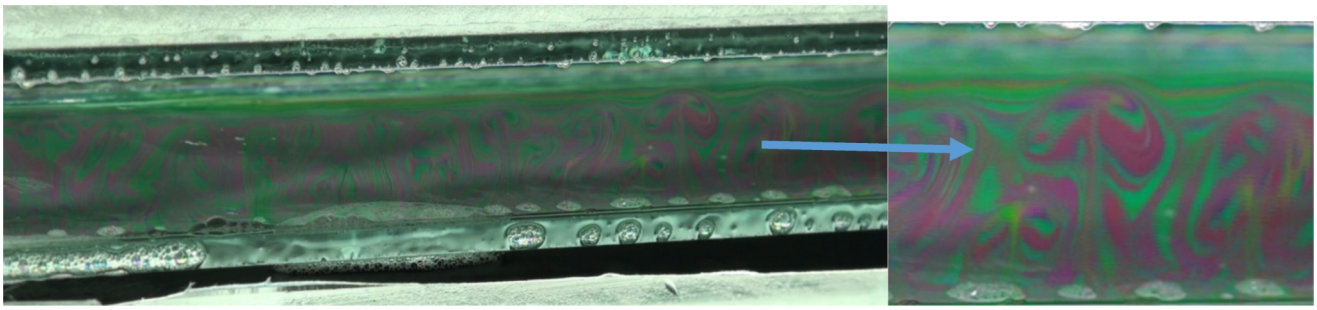
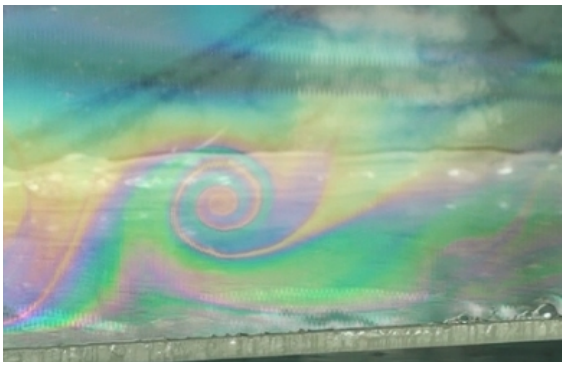


Figura 8. Fotografía de inestabilidades Rayleigh-Taylor visualizadas en la película de jabón al crearla.

Figura 9. Fotografías de la inestabilidad K-H visualizada en la película de jabón al inclinarla.

Tanto como al formar la película de jabón sobre la pecera (Figura 8) como al inclinarla (Figura 9) se encontraron inestabilidades como la de K-H y Rayleigh-Taylor. Para ambas inestabilidades es



necesario que el sistema este estratificado en capas con diferentes densidades. Suponemos que estas condiciones se dan ya que las películas y pompas de jabón se separan en sí mismas según el grosor que tengan, esto se puede apreciar por las bandas de colores que se forman por la difracción de la luz.

Figura 10. Inestabilidades K-H con CO_2 visualizadas en una pompa de jabón

También se hizo una visualización en una pompa de jabón que contiene CO_2 gaseoso en su interior. Al reventar esta pompa de jabón se formaron inestabilidades sobre toda la superficie con simetría esférica, así como también se observó una propagación de una onda al retraerse la burbuja. Se buscaría caracterizar el rompimiento de la burbuja, explicar porque hay contracción en la burbuja, medir las longitudes máximas y alturas características de las inestabilidades para así calcular el número de Richardson

7. Referencias

[1] S. Chandrasekhar. *Hydrodinamic and Hydromagnetic Stability*. Dover Publications, INC. New York. 1961.

[2] López-Rey Lumbreras, David. *La inestabilidad en la interfase de dos fluidos. Dos casos particulares: Kelvin-Helmholtz y Rayleigh-Taylor*. 2005. Consultado el 10/12/15 en: http://www.divulgameteo.es/uploads/Inestabilidad-L%C3%B3pez-Rey.pdf

[3] Kundu, Pijush K.; Cohen, Ira M; Dowling, David R. Fluid Mechanics. Elsevier. USA. 5ta Edición.

[4] Cushman-Rosin, Benot. *Enviroment Fluid Mechanics, Chapter 5: Instabilities.* John Wiley & Sons, Inc. USA. 2014